

DÉTERMINATION DE LA DURETÉ D'UNE EAU – TRAITEMENT DE L'INCERTITUDE

Objectif : il s'agit d'estimer l'incertitude type sur la détermination de la dureté de l'eau titrée.

RAPPEL - RELATION ENTRE LES QUANTITÉS DE MATIÈRE À L'ÉQUIVALENCE

D'après l'équation de la réaction support du titrage, on a montré qu'on pouvait écrire à l'équivalence :

$$\begin{aligned}n_{\text{eq}}(Y^{4-}) &= n_{\text{CaMg}} \\ C_Y \times V_{\text{éq}} &= C_{\text{CaMg}} \times V_{\text{eau}}\end{aligned}$$

DÉTERMINATION DE L'INCERTITUDE TYPE SUR LA VALEUR DE LA CONCENTRATION IONS CALCIUM ET MAGNÉSIUM

On a montré dans le TP que :

$$C_{\text{CaMg}} = \frac{C_Y \cdot V_{\text{éq}}}{V_{\text{eau}}}$$

La valeur de la concentration en dioxyde de soufre est déterminée avec **une incertitude** due à :

- x l'incertitude sur la concentration de la solution titrante (solution d'EDTA) : $u(C_Y)$;
- x l'incertitude sur le volume d'eau testée prélevé à la pipette jaugée : $u(V_{\text{eau}})$;
- x l'incertitude sur le volume versé à l'équivalence mesuré à la burette graduée : $u(V_{\text{éq}})$.

Les incertitudes se propagent sur la valeur de C_{NaMg} et on peut montrer que :

$$\frac{u(C_{\text{CaMg}})}{C_{\text{CaMg}}} = \sqrt{\left(\frac{u(V_{\text{éq}})}{V_{\text{éq}}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{\text{eau}})}{V_{\text{eau}}}\right)^2 + \left(\frac{u(C_Y)}{C_Y}\right)^2}$$

Incertitude type sur $V_{\text{éq}}$

Le volume à l'équivalence est déterminé grâce à une burette graduée de classe A dont les caractéristiques sont les suivantes :

- x tolérance : $t = \pm 0,03$ mL ;
- x intervalle minimal entre deux graduations : $\Delta = 0,05$ mL .

L'incertitude type sur le volume à l'équivalence combine :

- x l'incertitude due à la tolérance annoncée par le constructeur : $u_{\text{tol}}(V_{\text{éq}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$;
- x l'incertitude due à la lecture du volume (double lecture) : $u_{\text{lect}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{6}}$;
- x l'incertitude sur la perception du changement de teinte : $u_{\text{deter}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta V}{\sqrt{3}}$.

Ces trois incertitudes types se combinent pour obtenir l'incertitude totale sur $V_{\text{éq}}$:

$$u_{\text{totale}}(V_{\text{éq}}) = \sqrt{u_{\text{tol}}^2 + u_{\text{lect}}^2 + u_{\text{deter}}^2}$$

Incertitude type sur $V_{\text{titré}}$

Le volume de solution titré est mesuré avec une pipette jaugée de 20 mL, de classe A, dont la tolérance annoncée par le fabricant est $t = \pm 0,03$ mL .

L'incertitude type sur le volume de solution titré se calcule par :

$$u(V_{\text{titré}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$$

Calculs numériques des incertitudes types

Le tableau ci-dessous permet de consigner les calculs des différentes incertitudes.

$V_{\text{éq}}$	Burette : $t = \pm 0,03 \text{ mL}$ $\Delta = 0,05 \text{ mL}$ $\Delta V = \text{nb gouttes} \times 0,05$ $\Delta V = \dots\dots\dots \text{ mL}$	$u_{\text{tol}}(V_{\text{éq}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$	
		$u_{\text{lect}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{6}}$	
		$u_{\text{deter}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta V}{\sqrt{3}}$	
		$u_{\text{totale}}(V_{\text{éq}}) = \sqrt{u_{\text{tol}}^2 + u_{\text{lect}}^2 + u_{\text{deter}}^2}$	
V_{eau}	Pipette jaugée : $t = \pm 0,030 \text{ mL}$	$u(V_{\text{eau}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$	
C_Y	Préparée au laboratoire	Incertitude relative : $\frac{u(C_Y)}{C_Y}$	$1,98 \times 10^{-3}$
C_{CaMg}	Rappel des résultats : $V_{\text{eau}} = 20,0 \text{ mL}$ $V_{\text{éq}} = \dots\dots\dots \text{ mL}$ $C_{\text{CaMg}} = \dots\dots\dots \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$\frac{u(C_{\text{CaMg}})}{C_{\text{CaMg}}} = \sqrt{\left(\frac{u(V_{\text{éq}})}{V_{\text{éq}}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{\text{eau}})}{V_{\text{eau}}}\right)^2 + \left(\frac{u(C_Y)}{C_Y}\right)^2}$	

- Après avoir complété le tableau, calculez l'incertitude type sur la concentration ions calcium et magnésium $u(C_{\text{CaMg}})$ et exprimez le résultat avec deux chiffres significatifs.
- Exprimer le résultat de la mesure de C_{CaMg} avec le nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision de l'incertitude type.
- Calculer l'incertitude type sur le titre hydrotimétrique par la relation : $u(\text{TH}) = \frac{u(C_{\text{CaMg}})}{10^{-4}}$.