

TITRAGE DU DIOXYDE DE SOUFRE – TRAITEMENT DE L'INCERTITUDE

Objectif : il s'agit d'estimer l'incertitude type sur la concentration molaire en dioxyde de soufre.

Les relations mathématiques données dans ce TP ne sont pas à retenir. Vous devez être capable de les exploiter pour déterminer correctement l'incertitude type sur votre résultat et le présenter avec le bon nombre de chiffres significatifs.

RAPPEL - RELATION ENTRE LES QUANTITÉS DE MATIÈRE À L'ÉQUIVALENCE

D'après l'équation de la réaction support du titrage, on a montré qu'on pouvait écrire à l'équivalence :

$$\frac{n_{\text{eq}}(\text{MnO}_4^-)}{2} = \frac{n_{\text{titre}}(\text{SO}_2)}{5}$$
$$\frac{C_{\text{MnO}_4^-} \times V_{\text{éq}}}{2} = \frac{C_{\text{SO}_2} \times V_{\text{titré}}}{5}$$

DÉTERMINATION DE L'INCERTITUDE TYPE SUR LA VALEUR DE LA CONCENTRATION EN SO₂

On a montré dans le TP que : $C_{\text{SO}_2} = \frac{5}{2} \times \frac{C_{\text{MnO}_4^-} \times V_{\text{éq}}}{V_{\text{titré}}}$

La valeur de la concentration en dioxyde de soufre est déterminée avec **une incertitude** due à :

- x l'incertitude sur la concentration de la solution titrante : $u(C_{\text{MnO}_4^-})$;
- x l'incertitude sur le volume de solution titrée prélevé à la pipette jaugée : $u(V_{\text{titré}})$;
- x l'incertitude sur le volume versé à l'équivalence, mesuré à la burette graduée : $u(V_{\text{éq}})$.

Ces incertitudes **se propagent** sur la valeur de $C(\text{SO}_2)$ et on peut montrer que :

$$\frac{u(C_{\text{SO}_2})}{C_{\text{SO}_2}} = \sqrt{\left(\frac{u(V_{\text{éq}})}{V_{\text{éq}}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{\text{titré}})}{V_{\text{titré}}}\right)^2 + \left(\frac{u(C_{\text{MnO}_4^-})}{C_{\text{MnO}_4^-}}\right)^2}$$

Incertitude type sur V_{éq}

Le volume à l'équivalence est déterminé grâce à une burette graduée de classe A. Relevez les indications sur la précision de cette verrerie :

- x tolérance : $t = \pm 0,030$ mL ;
- x intervalle minimal entre deux graduations : $\Delta = 0,05$ mL .

L'incertitude type sur le volume à l'équivalence combine :

- x l'incertitude due à la tolérance annoncée par le constructeur : $u_{\text{tol}}(V_{\text{éq}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$;
- x l'incertitude due à la lecture du volume (**double lecture : sur le « zéro » et sur le volume versé**) : $u_{\text{lect}}(V_{\text{éq}}) = \sqrt{2 \times \left(\frac{\Delta}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\Delta}{\sqrt{6}}$;
- x l'incertitude sur la persistance de la teinte fuchsia : $u_{\text{deter}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta V}{\sqrt{3}}$, liée à la rapidité du changement de couleur à l'équivalence.

Ces trois incertitudes types se combinent pour obtenir l'incertitude totale sur V_{éq} :

$$u_{\text{totale}}(V_{\text{éq}}) = \sqrt{u_{\text{tol}}^2 + u_{\text{lect}}^2 + u_{\text{deter}}^2}$$

Incertitude type sur V_{titré}

Le volume de solution titré est mesuré avec une pipette jaugée de **10 mL, de classe A**. Relever sa tolérance : $t = \pm 0,02$ mL .

L'incertitude type sur le volume de solution titré se calcule par : $u(V_{\text{titré}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$

Calculs intermédiaires non-arrondis.

Calculs numériques des incertitudes types

Le tableau ci-dessous permet de consigner les calculs des différentes incertitudes.

$V_{\text{éq}}$	Burette : $t = \pm 0,03 \text{ mL}$ $\Delta = 0,05 \text{ mL}$ $\Delta V = 0,05 \text{ mL}$ (1 goutte) Remarque : une goutte a un volume de 0,05 mL	$u_{\text{tol}}(V_{\text{éq}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$	$1,7321 \times 10^{-2} \text{ mL}$
		$u_{\text{lect}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{6}}$	$2,0412 \times 10^{-2} \text{ mL}$
		$u_{\text{deter}}(V_{\text{éq}}) = \frac{\Delta V}{\sqrt{3}}$	$2,8868 \times 10^{-2} \text{ mL}$
		$u_{\text{totale}}(V_{\text{éq}}) = \sqrt{u_{\text{tol}}^2 + u_{\text{lect}}^2 + u_{\text{deter}}^2}$	$3,9370 \times 10^{-2} \text{ mL}$
$V_{\text{titré}}$	Pipette jaugée : $t = \pm 0,02 \text{ mL}$	$u(V_{\text{titré}}) = \frac{t}{\sqrt{3}}$	$1,1547 \times 10^{-2} \text{ mL}$
C_{MnO_4}	Fabriquée au laboratoire	Incertitude relative : $\frac{u(C_{\text{MnO}_4})}{C_{\text{MnO}_4}}$	$3,6562 \times 10^{-3}$ Estimée par l'enseignant lors de la préparation de la solution
C_{SO_2}	Rappel des résultats : $V_{\text{titré}} = 10,0 \text{ mL}$ $V_{\text{éq}} = 6,7 \text{ mL}$ $C_{\text{SO}_2} = 7,50 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$\frac{u(C_{\text{SO}_2})}{C_{\text{SO}_2}} = \sqrt{\left(\frac{u(V_{\text{éq}})}{V_{\text{éq}}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{\text{titré}})}{V_{\text{titré}}}\right)^2 + \left(\frac{u(C_{\text{MnO}_4})}{C_{\text{MnO}_4}}\right)^2}$	$6,9442 \times 10^{-3}$

TOUS LES RÉSULTATS INTERMÉDIAIRES NE DOIVENT PAS ÊTRE ARRONDIS : GARDER AU MOINS CINQ CHIFFRES SIGNIFICATIFS.

- Après avoir complété le tableau, calculez l'incertitude type sur la concentration en dioxyde de soufre $u(C_{\text{SO}_2})$. **Exprimez le résultat avec un seul chiffre significatif.**
- Exprimer le résultat de la mesure de C_{SO_2} avec le nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision de l'incertitude type.

$$1) \frac{u(C_{\text{SO}_2})}{C_{\text{SO}_2}} = 6,9442 \times 10^{-3} \text{ donc } u(C_{\text{SO}_2}) = 5,9026 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2) Résultat :

arrondi à 1 chiffre :

$$C_{\text{SO}_2} = 7,50 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ avec une incertitude type de } 6 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$u(C_{\text{SO}_2}) = 6 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$